Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny
w Szczecinie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki

Mateusz Saków

Nr albumu: **19740**

Projekt z Mechatroniki

Analiza układów drgających - nr przykładu.

Kierunek studiów: Mechatronika

Prowadzący:
Dr hab. inż. Mirosław Pajor Prof. ZUT
Mgr inż. Mateusz Saków

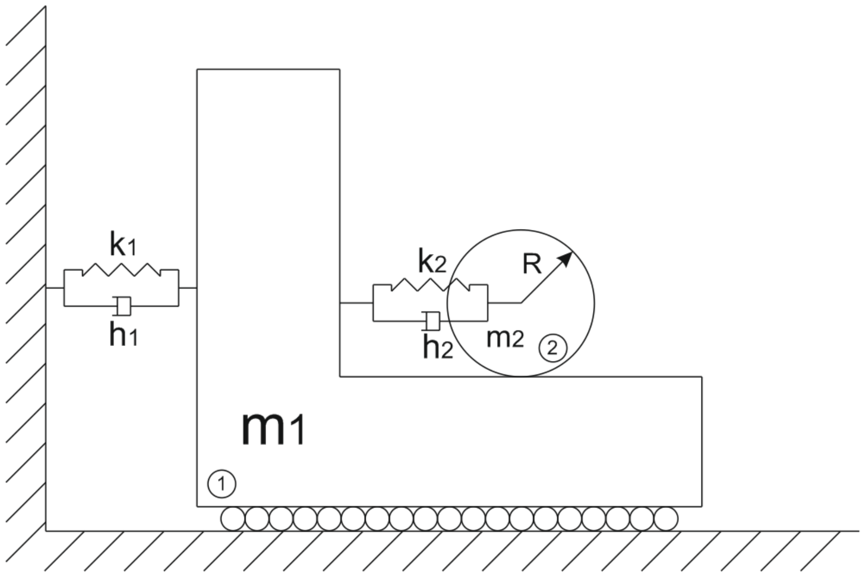
Data oddania:
2015-11-04

Szczecin 2015 r.

Spis treści

Dane do zadania

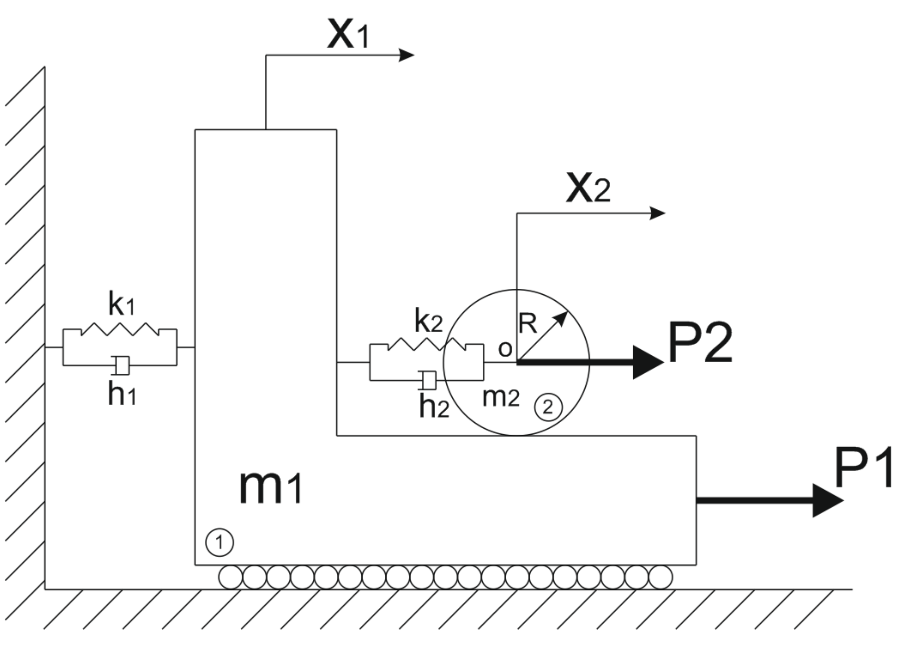
Należy opisać równaniami ruchu, układ masowo sprężysty z tłumieniem przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1 Rysunek zadania

Przyjęcie układów współrzędnych

Należy przyjąć dla układu z rys. 1 układy współrzędnych oraz kierunki oddziaływania sił na poszczególne ciała układu drgającego - rys. 2.



Rys. 2 Przykład przyjętych układów współrzędnych oraz kierunku oddziaływania sił.

Równania ruchu opisujące układ drgający

Równanie na energię kinetyczną układu:

$$E_k = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{4}m_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2. \tag{1}$$

Równania na energię potencjalną układu:

$$E_p = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_2 - x_1)^2. \tag{2}$$

Równania na energię tracą układu w wyniku występowania elementów dyssypacyjnych:

$$E_d = \frac{1}{2}h_1x_1^2 + \frac{1}{2}h_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2. \tag{3}$$

Korzystając z równania Lagrange'a II rodzaju (4):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta E_k}{\delta \dot{q}_i}\right) - \frac{\delta E_k}{\delta q_i} + \frac{\delta E_p}{\delta q_i} + \frac{\delta E_d}{\delta \dot{q}_i} = Q_i(t), \tag{4}$$

otrzymamy równania ruchu opisujące układ drgający z rys. 2 (5):

$$\begin{cases} \left(m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}m_2\ddot{x}_2 + (h_1 + h_2)\dot{x}_1 - h_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = P_1(t) \\ -\frac{1}{2}m_2\ddot{x}_1 + \frac{3}{2}m_2\ddot{x}_2 - h_2\dot{x}_1 + h_2\dot{x}_2 - k_2x_1 + k_2x_2 = P_2(t) \end{cases}. \tag{5}$$

Macierz mas, tłumienia oraz sztywności

Na podstawie równań ruchu (5), możliwe jest zbudowanie macierzy mas $\boldsymbol{M}$ (6):

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 + \frac{m_2}{2} & -\frac{m_2}{2} \\ -\frac{m_2}{2} & \frac{3}{2}m_2 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

macierzy tłumienia $\boldsymbol{H}$ (7):

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} h_1 + h_2 & -h_2 \\ -h_2 & h_1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

oraz macierzy sztywności $\boldsymbol{K}$ (8):

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Równanie ruchu - macierzowe opisujące układ z rys. 2, tym samym przyjmie postać (9):

$$\begin{bmatrix} m_1 + \frac{m_2}{2} & -\frac{m_2}{2} \\ -\frac{m_2}{2} & \frac{3}{2}m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 + h_2 & -h_2 \\ -h_2 & h_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}, \tag{9}$$

w uproszczeniu równanie (9), można opisać jako (10)

$$\boldsymbol{M}\ddot{q}(t) + \boldsymbol{H}\dot{q}(t) + \boldsymbol{K}q(t) = \boldsymbol{Q}(t), \tag{10}$$

gdzie $\boldsymbol{Q}(t)$, jest wektorem sił oddziałujących na układ drgający. Dane przyjęte do zadania (11):

$$\begin{gathered} m_1 = 8; m_2 = 2; \\ k_1 = 8 \cdot 10^6;\ k_2 = 2 \cdot 10^6; \end{gathered} \tag{11}$$

macierz tłumienia $\boldsymbol{H}$ przyjmie wartości zgodnie ze wzorem (12) dla $\alpha = 0$ oraz $\beta = 10^{-4}$:

$$\boldsymbol{H} = \alpha\boldsymbol{M} + \beta\boldsymbol{K} \tag{12}$$

Na podstawie zebranych do tej pory danych można sporządzić skrypt - tab. 1:

Tab. 1 Przykładowy program w środowisku Matlab - script "Dane"

```
close all; clear; clc;

m1 = 8;
m2 = 2;

k1 = 8*10^6;
k2 = 2*10^6;

alfa=0; beta=10^-4;

M = [m1+m2/2 -m2/2;
    -m2/2 +3/2*m2];

K = [k1+k2 -k2;
    -k2 k2];

H = alfa*M+beta*K;
```

Macierz podatności dynamicznej

Macierz podatności budowana w celu wyznaczenia charakterystyk częstotliwościowych. Macierz podatności dynamicznej w dziedzinie częstotliwości przyjmuje postać (13):

$$\boldsymbol{W}(j\omega) = (\boldsymbol{K} - \omega^2\boldsymbol{M} + j\omega\boldsymbol{H})^{-1} \tag{13}$$

Wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych

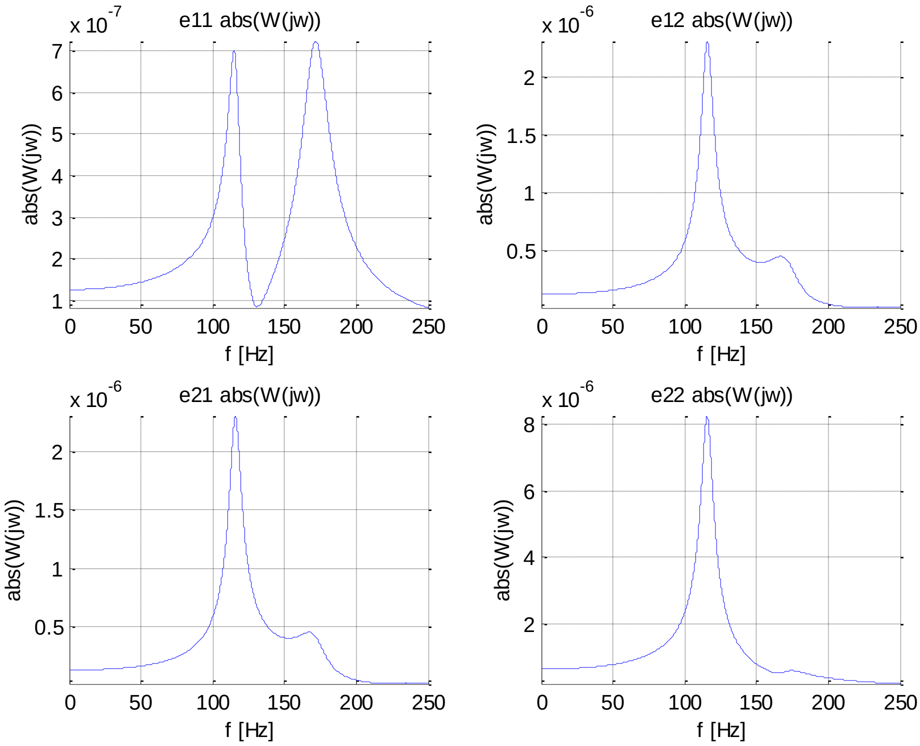
W tab. 2 został przedstawiony przykładowy programu umożliwiający wykreślenie charakterystyk częstotliwościowych dla symulowanego układu drgającego.

Tab. 2 Przykładowy program w środowisku Matlab - script "Charakterystyki częstotliwościowe"

```
Dane;
%% Macierz Podatności
fmax = 250;
krok = 0.1;

f = 0:krok:fmax;


for i=0:length(f)-1
    w = 2*pi*f(i+1);
    W(:,:,i+1) = inv(K-w^2*M+j*w*H);
end

for i=0:length(f)-1
    e11(i+1) = W(1,1,i+1);
    e12(i+1) = W(1,2,i+1);
    e21(i+1) = W(2,1,i+1);
    e22(i+1) = W(2,2,i+1);
end

%% Charakterystyki Amplitudowo - Częstotliwościowe
figure(1); subplot(2,2,1);
hold on; title('e11 abs(W(jw))'); plot(f,abs(e11)); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('abs(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,2);
hold on; title('e12 abs(W(jw))'); plot(f,abs(e12)); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('abs(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,3);
hold on; title('e21 abs(W(jw))'); plot(f,abs(e21)); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('abs(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,4);
hold on; title('e22 abs(W(jw))'); plot(f,abs(e22)); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('abs(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;

%% Charakterystyki Fazowo - Częstotliwościowe
figure(2); subplot(2,2,1);
hold on; title('e11 arg(W(jw))'); plot(f,atan2(imag(e11),real(e11))); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('arg(W(jw)) [rad]'); grid on; axis tight; hold off;
```

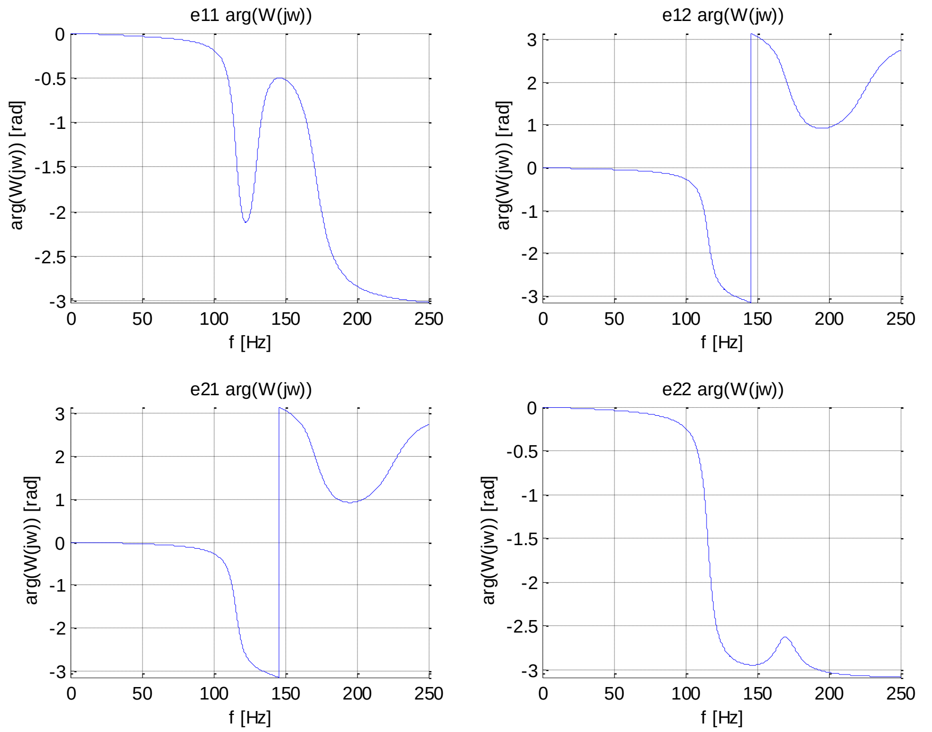
```
subplot(2,2,2);
hold on; title('e12 arg(W(jw))'); plot(f,atan2(imag(e12),real(e12))); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('arg(W(jw)) [rad]'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,3);
hold on; title('e21 arg(W(jw))'); plot(f,atan2(imag(e21),real(e21))); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('arg(W(jw)) [rad]'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,4);
hold on; title('e22 arg(W(jw))'); plot(f,atan2(imag(e22),real(e22))); grid on;
xlabel('f [Hz]'); ylabel('arg(W(jw)) [rad]'); grid on; axis tight; hold off;

%% Charakterystyki Amplitudowo - Fazowo - Częstotliwościowe
figure(3); subplot(2,2,1);
hold on; title('e11 real(W(jw)) | imag(W(jw))'); plot(real(e11),imag(e11)); grid on;
xlabel('real(W(jw))'); ylabel('imag(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,2);
hold on; title('e12 real(W(jw)) | imag(W(jw))'); plot(real(e12),imag(e12)); grid on;
xlabel('real(W(jw))'); ylabel('imag(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,3);
hold on; title('e21 real(W(jw)) | imag(W(jw))'); plot(real(e21),imag(e21)); grid on;
xlabel('real(W(jw))'); ylabel('imag(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;

subplot(2,2,4);
hold on; title('e22 real(W(jw)) | imag(W(jw))'); plot(real(e22),imag(e22)); grid on;
xlabel('real(W(jw))'); ylabel('imag(W(jw))'); grid on; axis tight; hold off;
```

Na podstawie programu z tab. 2 wykreślono charakterystyki: amplitudowo-częstotliwościowe przedstawione na rys. 3,



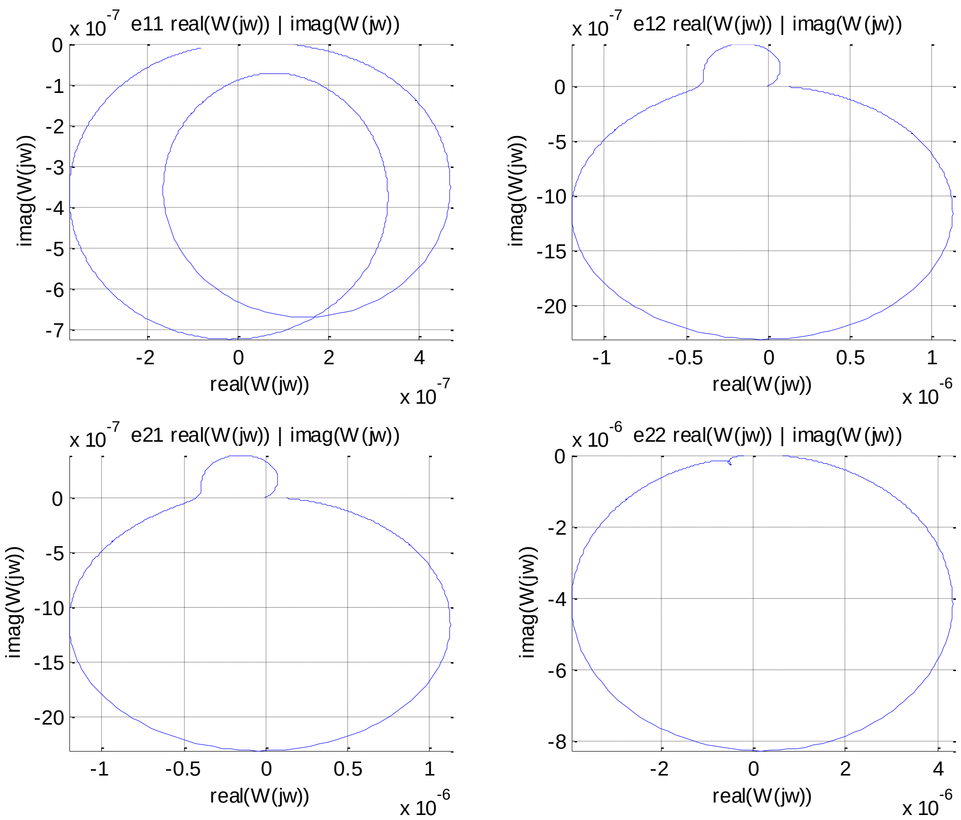
Rys. 3 Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe

fazowo-częstotliwościowe przedstawione na rys. 4



Rys. 4 Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe

oraz amplitudowo-fazowo-częstotliwościowe przedstawione na rys. 5



Rys. 5 Charakterystyki amplitudowo-fazowo-częstotliwościowe

Opis układu w przestrzeni stanów

Aby opisać model w przestrzeni stanów (14) należy na pierwszym etapie znaleźć macierze $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{D}$.

$$\begin{cases} x = \boldsymbol{A}x + \boldsymbol{B}u \\ y = \boldsymbol{C}x + \boldsymbol{D}u \end{cases}, \tag{14}$$

gdzie macierz $\boldsymbol{A}$, jest macierzą stanu, $\boldsymbol{B}$ to macierz wymuszeń, $\boldsymbol{C}$ - macierz wybierająca, $\boldsymbol{D}$ - macierz tranzycyjną, a x jest wektorem stanu, u wektorem wymuszeń, y wektorem wyjść (odpowiedzi).
Pierwszym etapem jest dopisanie równania tożsamościowego do równania (10), w celu obniżenia rzędu równania i zapisu w postaci układu równań (15):

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \dot{q}(t) \\ \ddot{q}(t) = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H}\dot{q}(t) - \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}q(t) + \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{Q}(t) \end{cases}. \tag{15}$$

Przekształcając równanie (15) do postaci macierzowej otrzymamy (16):

$$\begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{Q}(t) \end{bmatrix}, \tag{16}$$

tak więc, macierzą stanu $\boldsymbol{A}$ będzie (17):

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

gdzie $\boldsymbol{I}$ jest macierzą jednostkową kwadratową o wymiarze równym ilości stopni swobody układu, a $\boldsymbol{0}$ macierzą zerową o wymiarze również równym ilości stopni swobody układu. Macierzą wymuszeń $\boldsymbol{B}$ będzie (18):

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M}^{-1} \end{bmatrix}, \tag{18}$$

Kształt oraz wartości, które będzie zawierała macierz $\boldsymbol{C}$, czyli macierz wybierające zależą od tego jakie informacje są pożądane z punktu widzenia obserwacji układu. Z punktu widzenia projektu, potrzebne są zarówno przemieszczenia jak i prędkości poszczególnych układów odniesienia układu drgającego, zatem macierzą wybierająca będzie macierz jednostkowa o wymiarze $2n\ x\ 2n$, gdzie n jest liczbą stopni swobody układu (19).

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{I}_{2n\,x\,2n}. \tag{19}$$

Macierz tranzycyjna $\boldsymbol{D}$ dla ogólnego przypadku będzie macierzą zerową o wymiarze $2n\ x\ 2n$, gdzie n jest liczbą stopni swobody układu (19).

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{O}_{2n\,x\,2n}. \tag{20}$$

Jednak na potrzeby projektu macierze $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{D}$ przyjmą takie wymiary, które pozwolą na oddziaływanie siłowe na układ drgający zgodne z jego ilością stopni swobody (21).

$$\begin{gathered}
\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H} \end{bmatrix}_{2n\,x\,2n}, \\
\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{M}^{-1} \end{bmatrix}_{2n\,x\,n}, \\
\boldsymbol{C} = \boldsymbol{I}_{2n\,x\,2n}, \\
\boldsymbol{D} = \boldsymbol{O}_{2n\,x\,n}.
\end{gathered} \tag{21}$$

Skrypt budujący macierze A, B, C, D został przedstawiony w tab. 3.

Tab. 3 Przykładowy program w środowisku Matlab - script "Macierze A, B, C, D"

```
Dane;

A = [zeros(2) eye(2);
    -M^-1*K -M^-1*H];

B = [zeros(2);M^-1];

C = [eye(4)];
D = zeros(4,2);
```

Macierze modalne i spektralne

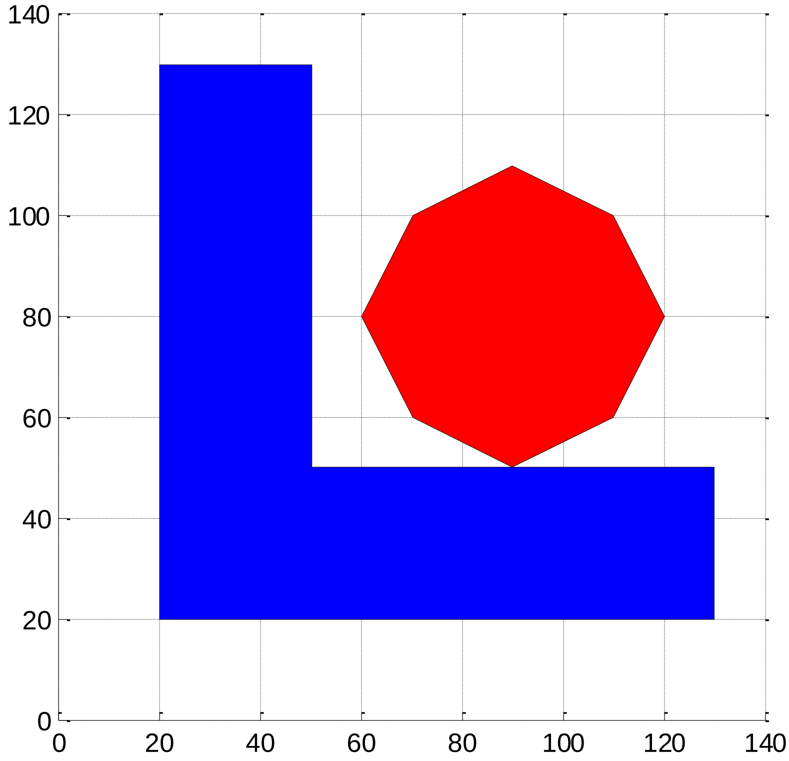
W tab. 4 został przedstawiony przykładowy program.

Tab. 4 Przykładowy program w środowisku Matlab - script "Macierze modalne i spektralne"

```
Dane;

[Mod,Spek] = eig(inv(M)*K)
```

Rysowanie brył w programie Matlab

Aby narysować rozważany układ drgający w środowisku Matlab, należy określić współrzędne punktów wierzchołków poszczególnych brył. Na podstawie tych punktów zbudować wektory. Ważne jest także, aby wykorzystać funkcję fill() do wypełnienia tych obiektów na wykresie w oknie figure(). W tab. 5, został przedstawiony przykładowy program. Efekt wizualizacji został przedstawiony na rys. 6.



Rys. 6 Wizualizacja układu drgającego

Tab. 5 Przykładowy program w środowisku Matlab - script "Wizualizacja_obiektow"

```
%% Definiowanie obiektow;
clc, close all;
Macierze_modalne_spektralne;
% Przemieszczenia
dx1 = 20; dx2 = 90;
dy1 = 20; dy2 = 80;

% obiekt 1,
x1 = [0 0 30 30 110 110];
y1 = [0 110 110 30 30 0];

% obiekt 2,
R = 30;
fik = 0:pi/8:2*pi;
x2 = R*sin(fik);
y2 = R*cos(fik);

% Tranlacja
x1 = x1 + dx1;
x2 = x2 + dx2;

y1 = y1 + dy1;
y2 = y2 + dy2;
```

```
%% Zmiana położenia obiektów na rysunku

scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[100 100 scrsz(3)/16*5 scrsz(4)/10*5]);
hold on; grid on; axis square; axis([0,140,0,140]);
blok1 = fill(x1,y1,'b');
blok2 = fill(x2,y2,'r');
```

Animowanie postaci drgań układu

Na podstawie poprzedniego rozdziału został sporządzony program - tab. 6.

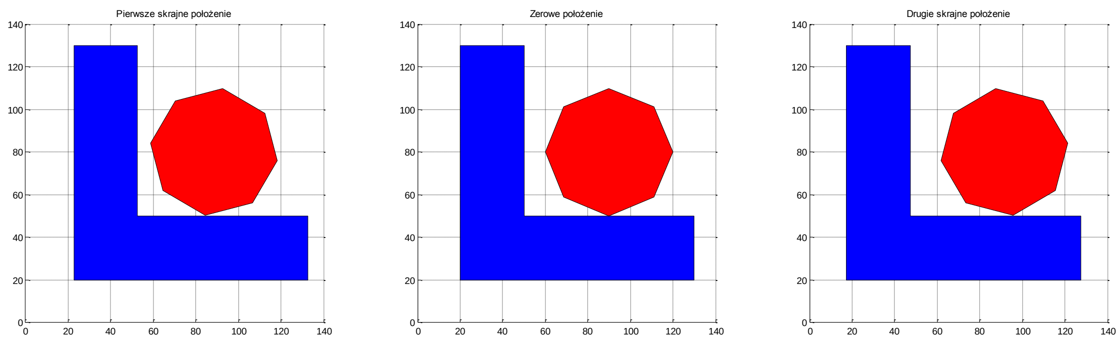
Tab. 6 Przykładowy program w środowisku Matlab - script "Animacja_obiektow"

```
clear;%% Definiowanie obiektow;
clc, close all;
Macierze_modalne_spektralne;

% Przemieszczenia
dx1 = 20; dx2 = 90;
dy1 = 20; dy2 = 80;
% obiekt 1,
x1 = [0 0 30 30 110 110];
y1 = [0 110 110 30 30 0];

% obiekt 2,
R = 30;
fik = 0:pi/8:2*pi;
x2 = R*sin(fik);
y2 = R*cos(fik);

dx = x2(2)-x1(1);

% Tranlacja
x1 = x1 + dx1;
y1 = y1 + dy1;

%% Zmiana położenia obiektów na rysunku

scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[100 100 scrsz(3)/16*5 scrsz(4)/10*5]);
hold on; grid on; axis square; axis([-0,140,-0,140]);
blok1 = fill(x1,y1,'b');
blok2 = fill(x2,y2,'r');

%% Animacja
lbkd = 60; % liczba kadrów
lbpow = 5; % liczba powtórzeń,
wzmoc = 5; % wzmocenie amplitudy drgań,
nr_post = 2; % numer postaci drgań,

X2 = x2;
Y2 = y2;
X1 = x1;
for z = 1:lbpow
for k = 1:(lbkd+1)
    X2 = X2-dx2;
    Y2 = Y2-dy2;

fi = (wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin((k 1)*2*pi/lbkd)-(wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin((k-1)*2*pi/lbkd))/R;

    Obr = [cos(fi), -sin(fi), ; sin(fi), cos(fi)]*[x2(1,:);y2(1,:)];
```

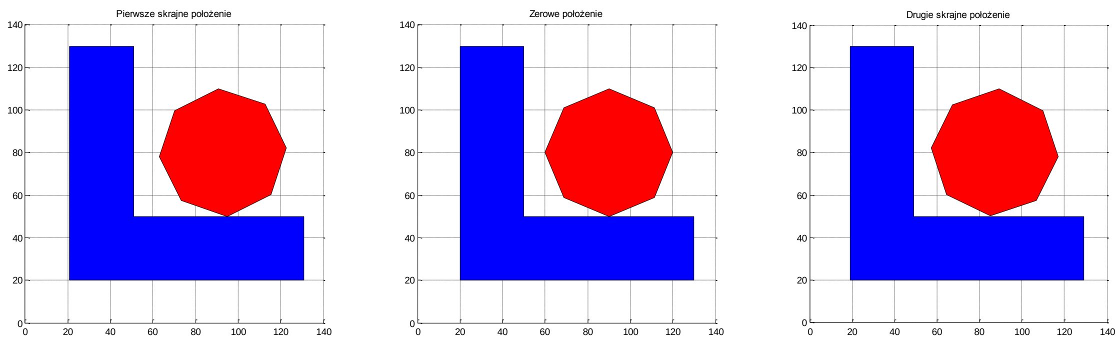
```
    X1 = x1+wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin((k-1)*2*pi/lbkd);
    X2 = Obr(1,:)+wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin((k-1)*2*pi/lbkd);
    Y2 = Obr(2,:);

    X2 = X2+dx2;
    Y2 = Y2+dy2;

    set(blok1,'XData',X1);
    set(blok2,'XData',X2,'YData',Y2);
    film(k) = getframe;

    pause(1/60);
end
end
hold off;
```

Wyznaczanie skrajnych położeń układu dla postaci drgań

Program z tab. 6, został zmodyfikowany do postaci tab. 7. Efektem tej modyfikacji programu jest wygenerowanie trzech charakterystycznych położeń układu, przedstawionych na rys. 7, dla pierwszej postaci drgań oraz rys. 8, dla drugiej postaci drgań.



Rys. 7 Pierwsza postać drgań



Rys. 8 Druga postać drgań

Tab. 7 Przykładowy program w środowisku Matlab - script " Skrajne_postacie_drgan"

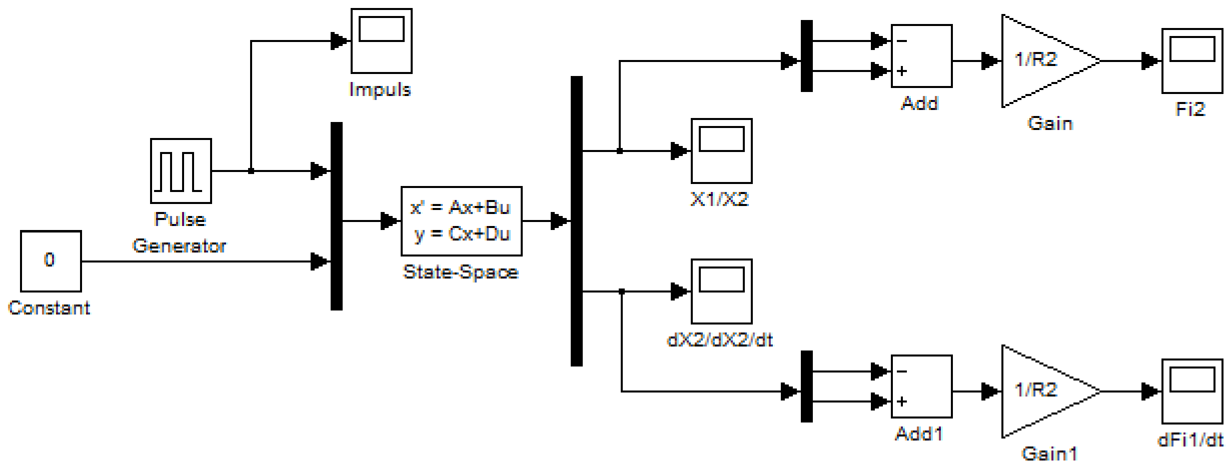
```
clear;%% Definiowanie obiektow;
clc, close all;
Macierze_modalne_spektralne;

% Przemieszczenia
dx1 = 20; dx2 = 90;
dy1 = 20; dy2 = 80;
% obiekt 1,
```

```
x1 = [0 0 30 30 110 110];
y1 = [0 110 110 30 30 0];

% obiekt 2,
R = 30;
fik = 0:pi/4:2*pi;
x2 = R*sin(fik);
y2 = R*cos(fik);
dx = x2(2)-x1(1);

% Tranlacja
x1 = x1 + dx1;
y1 = y1 + dy1;

%% Zmiana położenia obiektów na rysunku

scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[100 100 scrsz(3)/16*5 scrsz(4)/10*5]);

%% Pierwsz skrajne wychylenie
subplot(1,3,1);
hold on; grid on; axis square; axis([-0,140,-0,140]); title('Pierwsze skrajne
położenie')
blok1 = fill(x1,y1,'b');
blok2 = fill(x2,y2,'r');

k = pi/2;

wzmoc = 3; % wzmocenie amplitudy drgań,
nr_post = 2; % numer postaci drgań,

X2 = x2; Y2 = y2; X1 = x1; X2 = X2-dx2; Y2 = Y2-dy2;

fi = (wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin(k)-wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin(k))/R;
Obr = [cos(fi), -sin(fi), ; sin(fi), cos(fi)]*[x2(1,:);y2(1,:)];

X1 = x1+wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin(k);
X2 = Obr(1,:)+wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin(k);
Y2 = Obr(2,:);

X2 = X2+dx2; Y2 = Y2+dy2;

set(blok1,'XData',X1);  set(blok2,'XData',X2,'YData',Y2);
hold off;

%% Zerowe wychylenie
subplot(1,3,2);
hold on; grid on; axis square; axis([-0,140,-0,140]); title('Zerowe położenie')
blok1 = fill(x1,y1,'b');
blok2 = fill(x2,y2,'r');

k = 0;

X2 = x2;
Y2 = y2; X1 = x1; X2 = X2-dx2; Y2 = Y2-dy2;

fi = (wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin(k)-wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin(k))/R;
Obr = [cos(fi), -sin(fi), ; sin(fi), cos(fi)]*[x2(1,:);y2(1,:)];

X1 = x1+wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin(k);
X2 = Obr(1,:)+wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin(k);
Y2 = Obr(2,:);
```

```
X2 = X2+dx2; Y2 = Y2+dy2;

set(blok1,'XData',X1);
set(blok2,'XData',X2,'YData',Y2);
hold off;

%% drugie skrajne polozenie
subplot(1,3,3);
hold on; grid on; axis square; axis([-0,140,-0,140]); title('Drugie skrajne
położenie')
blok1 = fill(x1,y1,'b');
blok2 = fill(x2,y2,'r');

k = 3/2*pi;

X2 = x2; Y2 = y2; X1 = x1;
X2 = X2-dx2; Y2 = Y2-dy2;

fi = (wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin(k)-wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin(k))/R;
Obr = [cos(fi), -sin(fi), ; sin(fi), cos(fi)]*[x2(1,:);y2(1,:)];

X1 = x1+wzmoc*Mod(1,nr_post)*sin(k);
X2 = Obr(1,:)+wzmoc*Mod(2,nr_post)*sin(k);
Y2 = Obr(2,:);

X2 = X2+dx2; Y2 = Y2+dy2;

set(blok1,'XData',X1); set(blok2,'XData',X2,'YData',Y2);
hold off;
```

Wyznaczanie odpowiedzi układu na impuls Diraca

Celem opisu modelu drgającego z rys. 1 za pomocą zmiennych stanu, było wyznaczenie charakterystyk odpowiedzi układu dla sygnału zadanego w postaci impulsu Diraca. Do tego należy zbudować model w środowisku Matlab Simulink - rys 9.

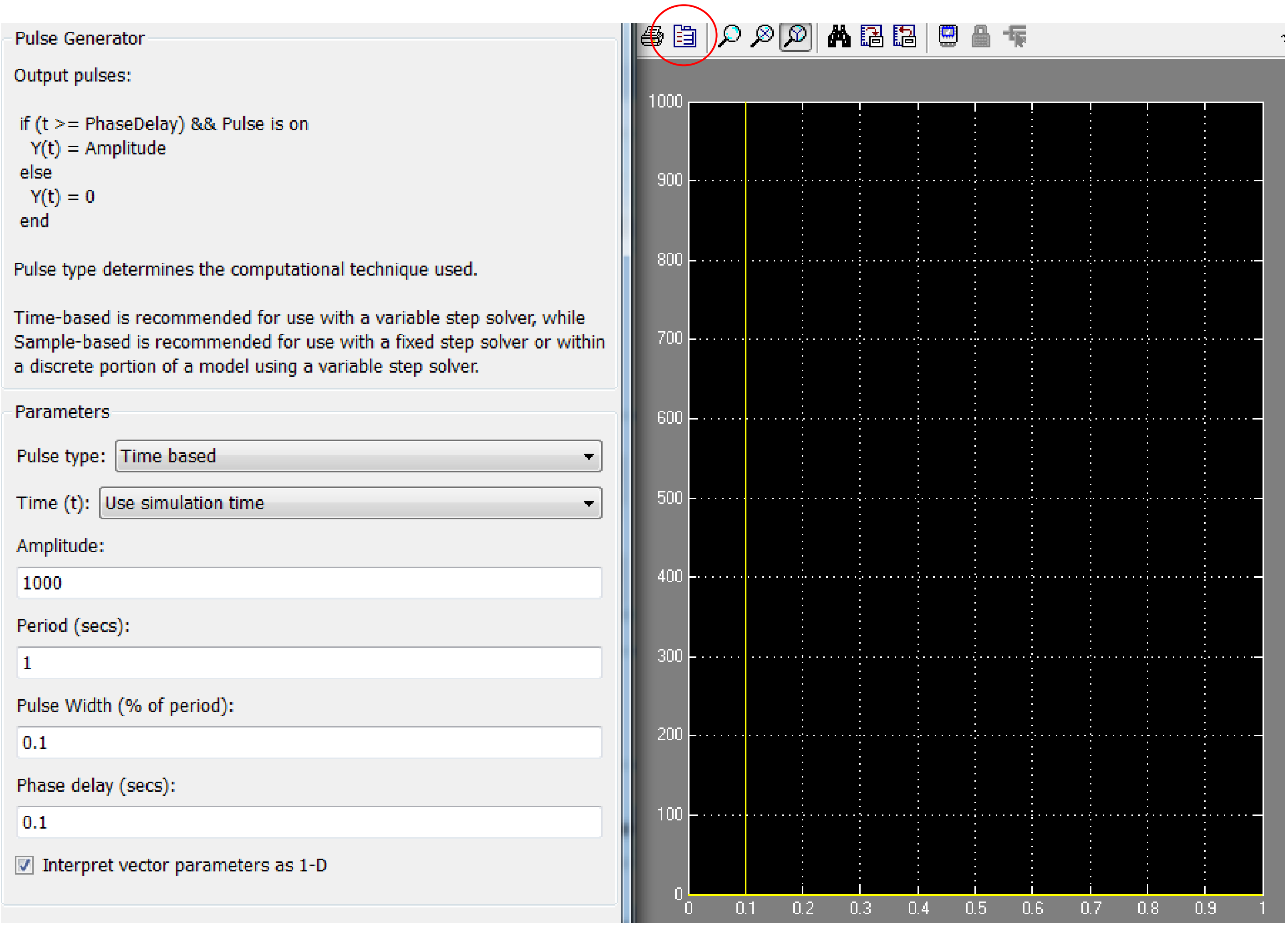


Rys. 9 Model wyznaczający odpowiedź na impuls siły w postaci impulsu Diraca

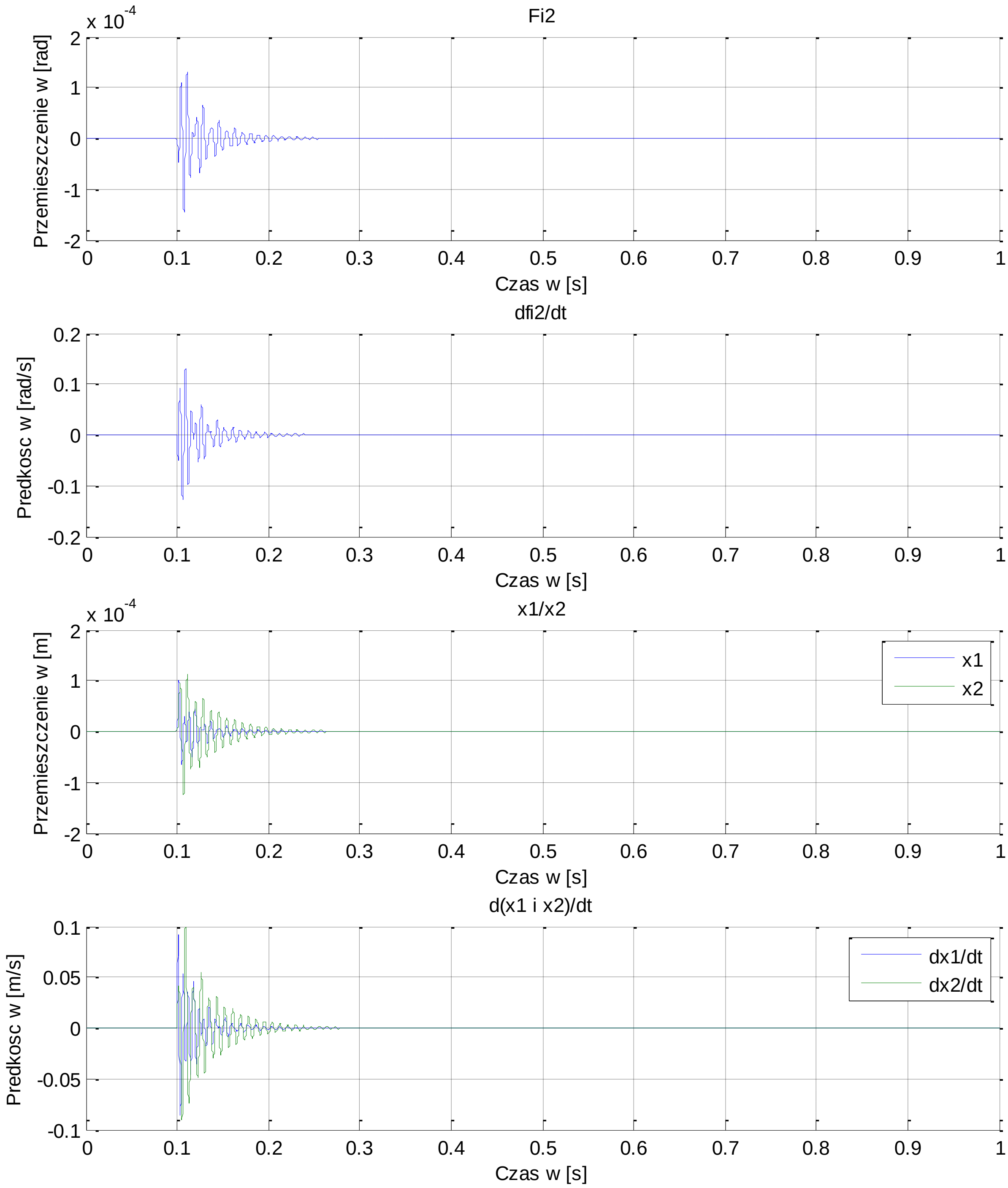
Do zbudowania sygnału w postaci impulsu Diraca został wykorzystany blok Pulse Generator - rys. 10. Parametry tego bloku to, wartość siły 1000N, okres 1s, procentowe wypełnienie okresu 0,1%, oraz przesunięcie w fazie, czyli czas po którym wystąpi impuls 0,1s. Na rys. 10 widać także wizualizację sygnału wymuszenia. Aby przedstawić odpowiedzi układu na wykresach figure() w Matlabie, należy zmienić ustawienia Scope'a - druga ikonka od lewej (zaznaczona czerwonym kołem na rys 10). Przejść do zakładki "Data History", odznaczyć funkcję "Limit data points to last" oraz zaznaczyć "save data to workspace", wybrać nazwę zmiennej w pamięci, po zmienieniu jej na typ tablicowy czyli "Array". Przykładowy program został przedstawiony w tab. 8. Odpowiedź układu została przedstawiona na rys. 11.

Tab. 8 Przykładowy program w środowisku Matlab - script "Dane_z_Scopa"

```
close all; clc;

figure(1);

subplot(4,1,1); hold on; plot(Fi2(:,1),Fi2(:,2));
title('Fi2'); ylabel('Przemieszczenie w [rad]'); xlabel('Czas w [s]'); grid on; hold
off;

subplot(4,1,2); hold on; plot(dfi2_dt(:,1),dfi2_dt(:,2));
title('dfi2/dt'); ylabel('Predkosc w [rad/s]'); xlabel('Czas w [s]'); grid on; hold
off;

subplot(4,1,3); hold on; plot(x1_x2(:,1),x1_x2(:,2),x1_x2(:,1),x1_x2(:,3));
title('x1/x2'); ylabel('Przemieszczenie w [m]'); xlabel('Czas w [s]'); grid on;
legend('x1','x2'); hold off;

subplot(4,1,4); hold on;
plot(dx1_dx2_dt(:,1),dx1_dx2_dt(:,2),dx1_dx2_dt(:,1),dx1_dx2_dt(:,3));
title('d(x1 i x2)/dt'); ylabel('Predkosc w [m/s]'); xlabel('Czas w [s]'); grid on;
legend('dx1/dt','dx2/dt'); hold off;
```



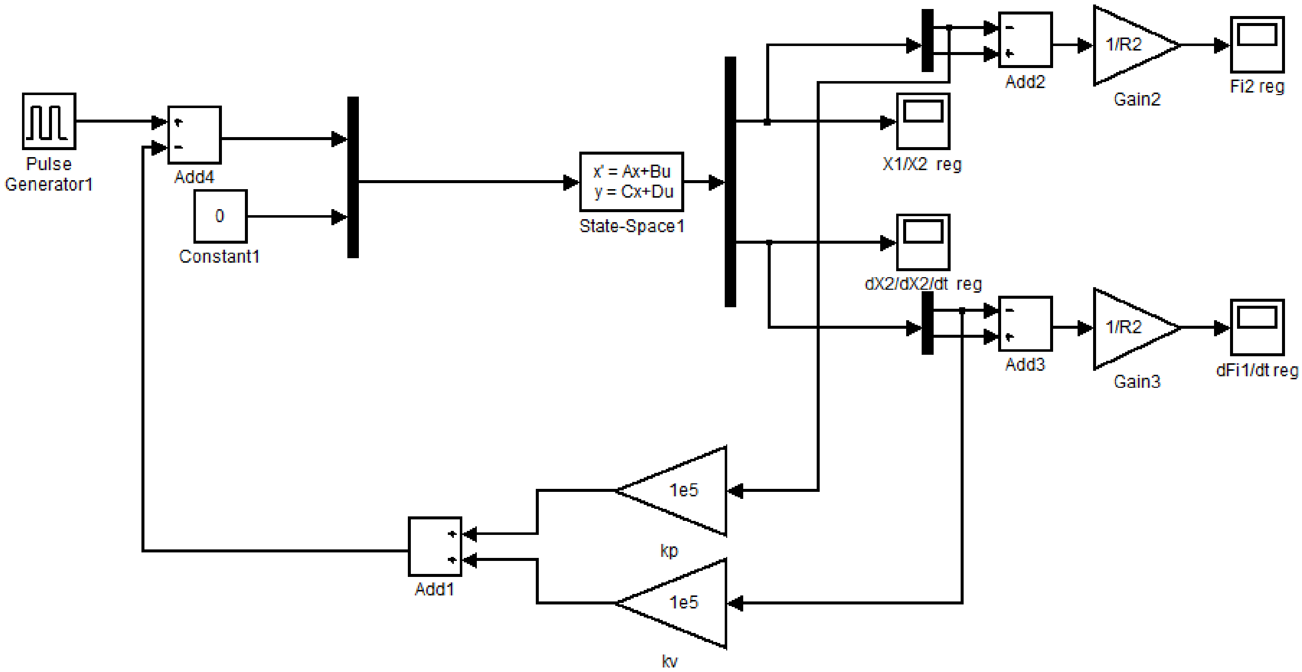
Rys. 10 Blok Pulse Generator oraz przebieg sygnału wymuszającego



Rys. 11 Odpowiedź układu na sygnał wymuszenia

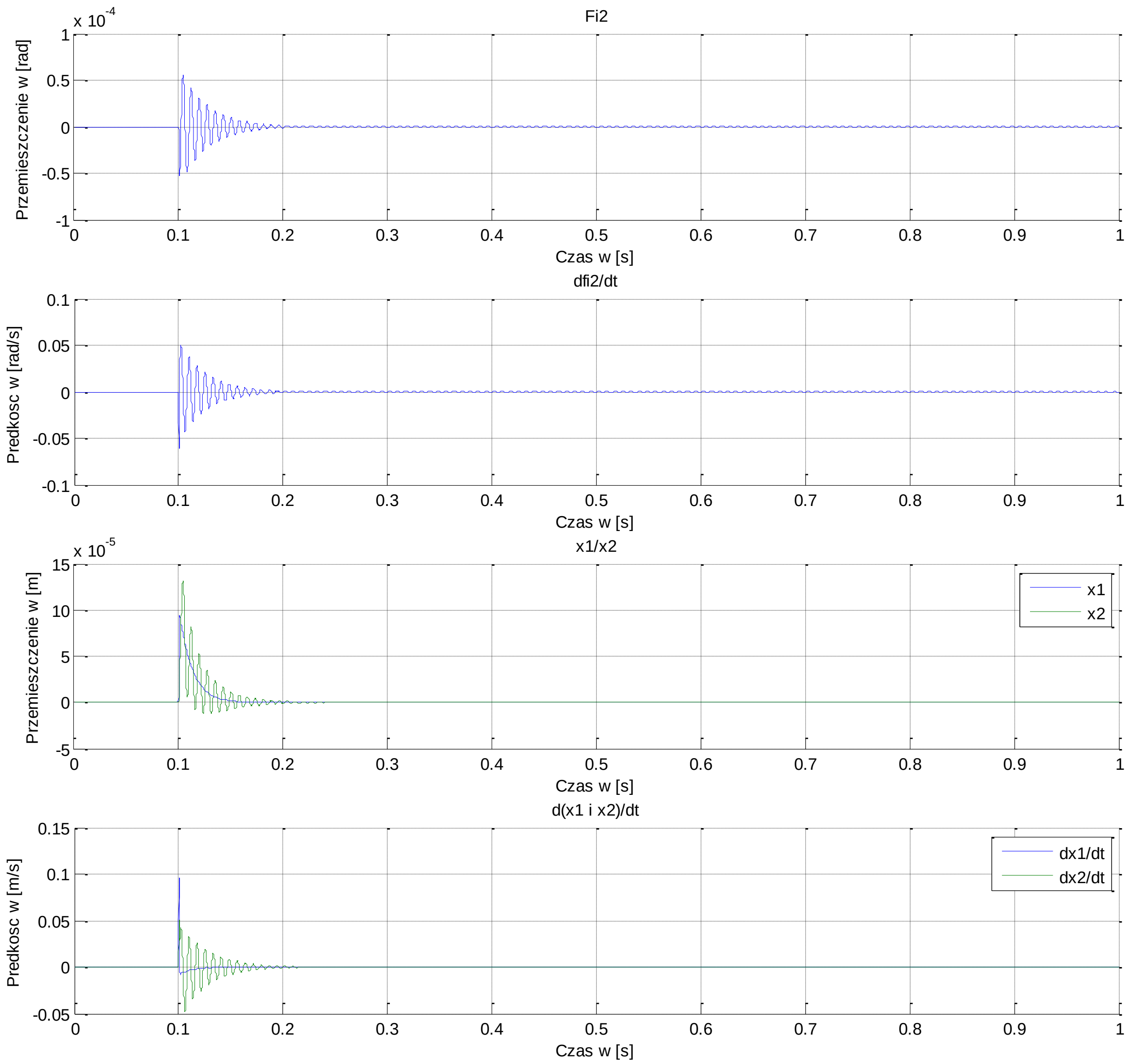
Sterowanie układem - eliminacja drgań

Celem układu sterowania, jest eliminacja oraz szybsze tłumienie niepotrzebnych oscylacji, które występują w wyniku oddziaływania sygnału wymuszającego. Aby zbudować poprawny regulator należy oddziaływać siłą na masę, w stosunku, co do której został przyłożony sygnał wymuszający oraz odczytywać jej prędkość wraz z położeniem. Przykładowy regulator został przedstawiony na rys. 12.



Rys. 12 Schemat sterowania układem

Przykładowa odpowiedź układu została zamieszczona na rys. 13.



Wytyczne co do projektu

Projekt winien zawierać:

1. Stronę tytułową (z danymi, które zostały zawarte na wzorcu).
2. Rysunek układu
3. Rysunek układu z przyjętymi układami współrzędnych,
4. Równania na energię:
    a) kinetyczną układu,
    b) potencjalną układu,
    c) traconą w wyniki występowania elementów dyssypacyjnych układu.
5. Równania:
    a) ruchu,
    b) ruchu w formie macierzowej.
6. Zestaw danych przyjętych do zadania.
7. Macierz:
    a) mas,
        i. ze zmiennymi,
        ii. z wyliczonymi wartościami,
    b) tłumienia,
        i. ze zmiennymi,
        ii. z wyliczonymi wartościami,
    c) sztywności,
        i. ze zmiennymi,
        ii. z wyliczonymi wartościami.
    d) stanu z wyliczonymi wartościami,
    e) wymuszeń z wyliczonymi wartościami,
    f) wybierającą z wyliczonymi wartościami.
    g) tranzycyjną z wyliczonymi wartościami.
    h) modalną i spektralną z wyliczonymi wartościami.
8. Charakterystyki częstotliwościowe
    a) amplitudowo - częstotliwościowe,
    b) fazowo - częstotliwościowe,
    c) amplitudowo - fazowo - częstotliwościowe,
9. Wykres z figurami odpowiadającymi tym z zadania w pozycji zerowej.
10. Przedstawione skrajne położenia układu, dla postaci drgań - przykład rys. 7-8.
11. Charakterystyki odpowiedzi układu na impuls Diraca:
    a) bez eliminatora drgań,
    b) z eliminatorem drgań.