



Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny  
w Szczecinie

**Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki**

Laboratorium z podstaw automatyki

**Analiza stabilności obiektów automatyzacji,**

**Wpływ sprzężenia zwrotnego na stabilność obiektów**

*Kierunek studiów: Transport, Stacjonarne pierwszego stopnia*

Prowadzący:  
dr hab. inż. Arkadiusz Parus  
mgr inż. Mateusz Saków

Szczecin 2015 r.

## Spis treści:

I.	Cel ćwiczenia .....	3
II.	Stabilność liniowych układów ciągłych .....	3
III.	Wpływ sprzężenia zwrotnego na stabilność obiektów .....	9
	Charakterystyki częstotliwościowe zamkniętego układu regulacji .....	10
IV.	Sprawozdanie .....	12
V.	Literatura .....	13
VI.	Indywidualne zestawy danych .....	14

## I. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest nabycie podstawowych umiejętności ułatwiających analizę stabilności obiektów automatyzacji.

## II. Stabilność liniowych układów ciągłych

**Stabilnością** nazywa się zdolność układu do powrotu do stanu równowagi po ustaniu działania sygnału wymuszającego, który to sygnał wytrącił ze stanu równowagi badany obiekt.

Od każdego obiektu z punktu widzenia automatyki wymaga się, aby w pełni podlegał sterowaniu. Oznacza to, że na podstawie konkretnego sygnału wymuszającego, obiekt zwróci pewien odpowiadający mu sygnał odpowiedzi. Podstawowym celem badania stabilności układu automatyki jest sprawdzenie po uruchomieniu takiego układu czy nie grozi mu utrata stabilności.

Jeżeli na rozważny układ automatyki (rys. 1) nie zadziałamy żadnym sygnałem wymuszającym (1),



*Rys. 1* Rozważany układ automatyki

$$u(s) = 0, \quad (1)$$

to oczekujemy od tego układu automatyki, aby w sygnale wyjściowym znajdowała się jedynie składowa przejściowa (2)

$$y(s) = y_p(s), \quad (2)$$

takie układu nazywa się autonomicznymi.

Właściwości dynamiczne układu autonomicznego opisuje się za pomocą równania drgań własnych lub równania swobodnego w postaci (3):

$$0 = a_n s^n y(s) + \dots + a_1 s y(s) + a_0 y(s), \quad (3)$$

lub w dziedzinie czasu (4):

$$0 = a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t), \quad (4)$$

taki układ można nazwać **układem stabilnym**, kiedy w nieskończonej chwili czasowej oraz dla dowolnych warunków początkowych odpowiedź układu będzie dążyła do wartości zerowej (5):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0. \quad (5)$$

Rozwiązaniem ogólnym równania (4), są pierwiastki wielomianu charakterystycznego, które mają postać (7):

$$0 = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0. \quad (6)$$

Równanie (6) w dziedzinie zespolonej będzie miało w każdym przypadku liczbę pierwiastków i tym samym liczbę rozwiązań równą  $n$ . Występują dwa rodzaje pierwiastków, takie które posiadają urojoną część zerową oraz takie pierwiastki z częścią urojoną dodatnią.

Dla pierwiastków jednokrotnych  $s_1, s_2, \dots, s_n$ , rozwiązanie ogólne równania (4) przyjmuje postać funkcji wykładniczej zmiennej zespolonej (7):

$$y(t) = \sum_{k=1}^n c_k e^{s_k t}, \quad (7)$$

gdzie  $c_k$  jest stałą całkowania zależną od warunków początkowych. Dla pierwiastków wielokrotnych odpowiednio składnik przy  $e^{s_k t}$  będzie wyrażeniem sumy pierwiastków wielokrotnych.

Dla pierwiastków jednokrotnych  $s_k$ , możliwe są przypadki, gdy ten pierwiastek jest:

1. Rzeczywisty - przebieg czasowy składnika odpowiedzi  $y_k(t)$  badanego układu dynamicznego związanych z tym pierwiastkiem przyjmie postać (8)

$$y_k(t) = c_k e^{s_k t}. \quad (8)$$

2. Zespolony o części rzeczywistej różnej od zera - dla pierwiastków z częścią urojoną z teorii wielomianów wiadomo, że istnieje także drugi pierwiastek wyrażający się liczbą zespoloną sprzężoną, który odpowiada parze (9):

$$\begin{cases} s_k = a + jB \\ s_{k-1} = a - jB \end{cases} \quad (9)$$

przebieg czasowy odpowiedzi został przedstawiony wzorem (10):

$$y_k(t) = Y_k e^{at} \sin(Bt + \varphi_k), \quad (10)$$

gdzie  $Y_k$  i  $\varphi_k$  są stałymi całkowania.

3. Zespolony o zerowej części rzeczywistej - odpowiada mu przebieg opisujący drgania niegasnące. Wtedy równanie (10) przyjmuje postać (11):

$$y_k(t) = Y_k \sin(Bt + \varphi_k). \quad (11)$$

**Warunkiem koniecznym i wystarczającym** stabilności układu liniowego jest to, by wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego (bieguny wypadkowej transmitancji operatorowej tego układu) miały części rzeczywiste ujemne, czyli aby na płaszczyźnie zmiennej zespolonej  $s$  leżały na lewej półpłaszczyźnie.

Poza warunkiem koniecznym i wystarczającym stosuje się jeszcze algebraiczne kryteria stabilności. Do algebraicznych kryteriów stabilności zalicza się kryteria:

- Routha,
- Hurwitza,

Poza algebraicznymi kryteriami stabilności występują także kryteria graficzne, takie jak kryterium:

- Michajłowa,
- Nyquista,

W ramach ćwiczeń laboratoryjnych zostaną przedstawione dwa kryteria Hurwitza oraz Nyquista.

Warunkiem koniecznym i wystarczającym stabilności układu automatyzacji według **kryterium algebraicznego Hurwitza**, jest spełnienie dwóch warunków:

1. wszystkie współczynniki równania charakterystycznego (3) muszą być większe od zera;
2. wszystkie podwyznaczniki główne (minory) wyznacznika Hurwitza muszą być większe od zera;

Wyznacznik Hurwitza budowany jest na podstawie równania charakterystycznego układu automatyzacji (3), w następujący sposób (12):

$$\Delta_n = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \dots & 0 \\ a_{n-7} & a_{n-6} & a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Zgodnie z warunkiem koniecznym, kolejne minory mają postać (13) i muszą być większe od zera:

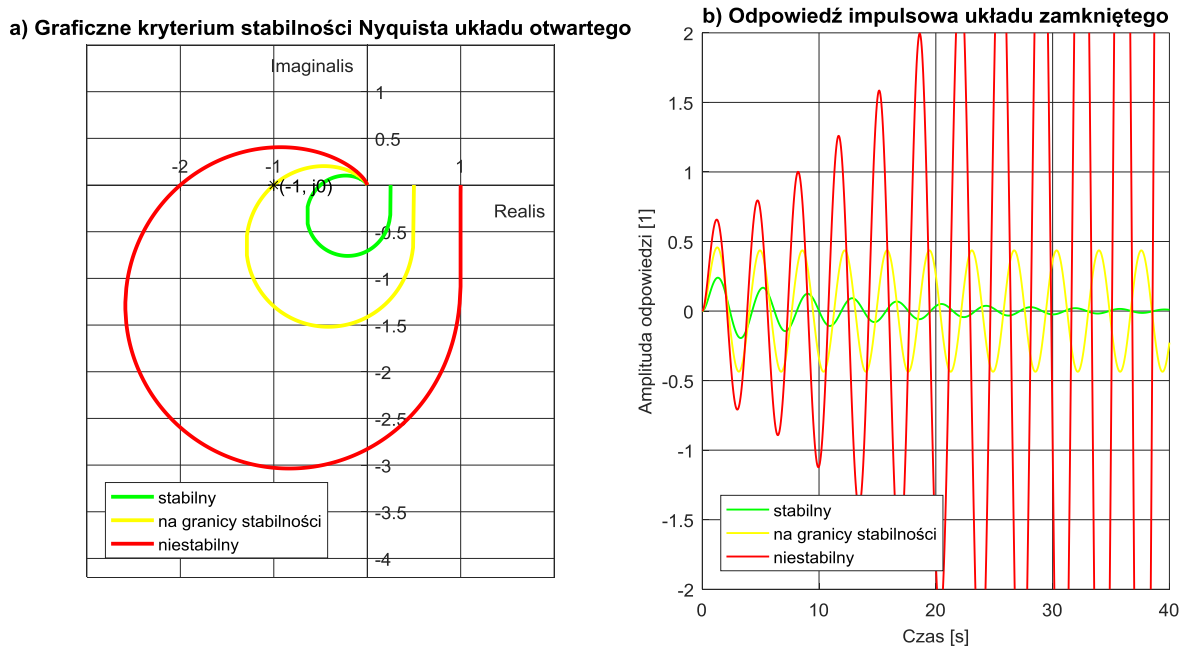
$$\Delta_1 = |a_{n-1}| > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0 \quad (13)$$

...

**Kryterium graficzne Nyquista** pozwala na ocenę stabilności układu zamkniętego ze sprzężeniem zwrotnym na podstawie znajomości charakterystyki amplitudowo-fazowo-częstotliwościowej układu otwartego rys. 2.



**Rys. 2 a)** Graficzne kryterium stabilności Nyquista dla układu otwartego (stabilnego, na granicy stabilności, niestabilnego), **b)** Odpowiedź impulsowa w dziedzinie czasu układu zamkniętego dla obiektu stabilnego, na granicy stabilności oraz niestabilnego

Sformułowane przez Nyquista kryterium stabilności mówi o tym, że:

- Układ zamknięty jest stabilny asymptotycznie, przy założeniu, że równanie charakterystyczne układu otwartego ma  $k$  pierwiastków w prawej półpłaszczyźnie i  $n-k$  pierwiastków w lewej półpłaszczyźnie, wtedy i tylko wtedy, gdy charakterystyka amplitudowo-fazowa układu otwartego przy zmianie pulsacji  $\omega$  od  $-\infty$  do  $\infty$  obejmuje w kierunku dodatnim  $k$  razy punkt  $(-1, j0)$ ;
- Układ zamknięty jest stabilny asymptotycznie, przy założeniu, że równanie charakterystyczne układu otwartego nie ma pierwiastków w prawej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej, wtedy i tylko wtedy, gdy charakterystyka amplitudowo-fazowa układu otwartego przy zmianie pulsacji  $\omega$  od  $-\infty$  do  $\infty$  nie obejmuje punktu  $(-1, j0)$ .

Podsumowując, graficzne kryterium stabilności Nyquista może zostać opisane równaniem (14):

$$G_o(j\omega) = 1 + j0, \quad (14)$$

które gdy dla dowolnych danych otwartego układu automatyzacji  $G_o$  oraz dowolnej wartości pulsacji  $\omega$  obejmie punkt  $(-1 + j0)$ , będzie obiektem na granicy stabilności dla układu zamkniętego  $G_z$ . Natomiast, gdy charakterystyka przetnie po lewej stronie oś rzeczywistych, układ zamknięty  $G_z$  będzie układem niestabilnym. Gdy charakterystyka przecina oś rzeczywistych zawsze po prawej stronie punktu Nyquista  $(-1 + j0)$ , układ zamknięty będzie stabilny. Równanie (14), może zostać przedstawione jak układ równań (15):

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(G_o(j\omega)) = 0 \\ \operatorname{Re}(G_o(j\omega)) > -1 \end{cases} \quad (15)$$

które informuje nas o konieczności spełnienia warunku (15), że dla każdej pulsacji  $\omega$ , dla której charakterystyka amplitudowo-fazowo-częstotliwościowa układu otwartego przecina oś rzeczywistych, część rzeczywista transmitancji układu otwartego musi być większa od -1, aby układ zamknięty mógł być uznany za stabilny.

Do określenia względnej stabilności układu służą dwa kryteria **zapas amplitudy** i **zapas fazy**. **Zapas amplitudy**  $\Delta L$  jest jednym z najczęściej używanych kryteriów do pomiaru stabilności względnej układów sterowania. W dziedzinie częstotliwości zapas amplitudy używany jest do oznaczenia bliskości przecięcia charakterystyki Nyquista funkcji  $G_o(j\omega)$  względem punktu  $(-1, j0)$ . Aby określić zapas amplitudy, najpierw należy zdefiniować fazę odcięcia na wykresie Nyquista i częstotliwość fazy odcięcia:

- punkt odcięcia fazy na wykresie  $G_o(j\omega)$  jest punktem, w którym wykres przecina oś liczb rzeczywistych.
- pulsacja graniczna fazy  $\omega_p$  jest pulsacją, przy której występuje punkt przecięcia charakterystyki Nyquista z osią rzeczywistych.

Zapas amplitudy określony jest zatem wzorem (16):

$$\Delta L = 20 \log(G(j\omega_p)) \text{ [dB]} \quad (16)$$

Zapas amplitudy jest tylko jednowymiarowym opisem stabilności względnej układu zamkniętego. Zapas amplitudy oznacza stabilność układu w odniesieniu tylko do zmian wzmocnienia pętli. Sam zapas amplitudy jest nieadekwatny do oznaczania stabilności względnej, kiedy inne parametry układu poza wzmocnieniem się zmieniają. Aby objąć wpływ przesunięcia fazowego na stabilność wprowadzony zostaje zapas fazy ( $\Delta\varphi$ ), który wymaga wprowadzenia definicji:

- Punkt odcięcia amplitudy jest punktem na wykresie  $G_o(j\omega)$ , przy którym amplituda  $|G_o(j\omega)| = 1$ .
- pulsacja graniczna amplitudy  $\omega_g$  jest pulsacją, przy której występuje punkt odcięcia amplitudy lub gdzie  $|G_o(j\omega_g)| = 1$

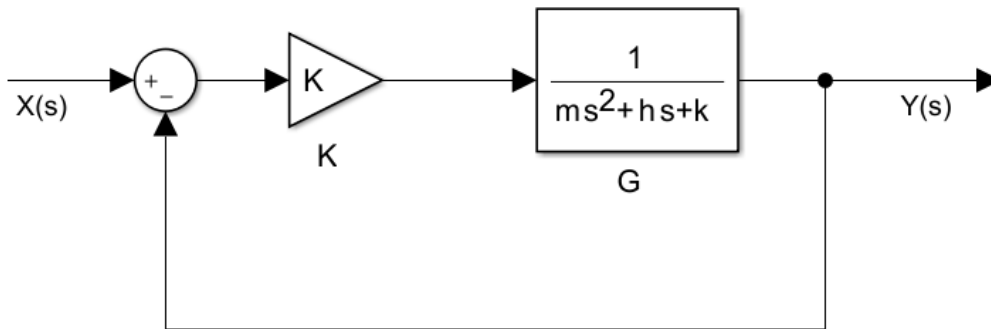
Zapas fazy ( $\Delta\varphi$ ) definiowany jest jako kąt wyrażony w stopniach o który wykres  $G_o(j\omega)$  musi być obrócony wokół początku układu, aby mógł objąć punkt Nyquista  $(-1, j0)$ . Zatem zapasem faz  $\Delta\varphi$  jest (17):

$$\Delta\varphi = \pi + \arg(G_o(j\omega_g)) \quad (17)$$

**Zadanie do wykonania w ramach sprawozdania:**

**Zadanie 1**

Dla schematu automatyzacji przedstawionego na rys. 3,



**Rys. 3** schemat automatyzacji – zad 1

przeprowadzić analizę stabilności metodą:

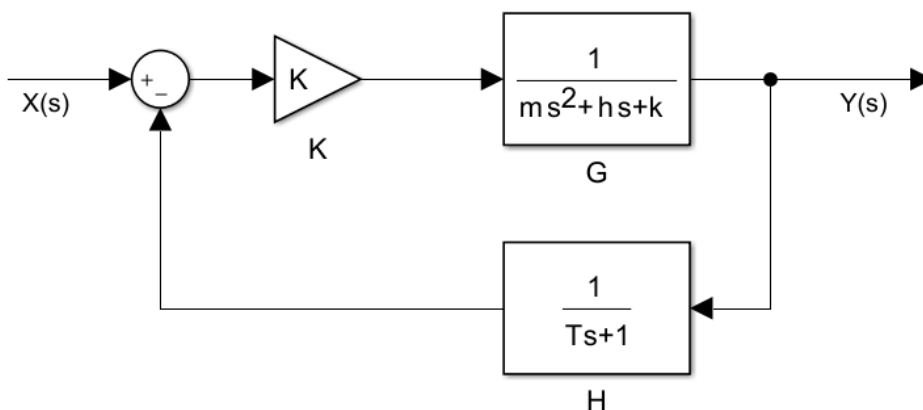
- a) z definicji, poprzez wyznaczenie pierwiastków równania charakterystycznego obiektu automatyzacji;

Dane parametry obiektu automatyzacji podane są na końcu skryptu:

$$K = k/2;$$

**Zadanie 2**

Dla schematu automatyzacji przedstawionego na rys. 4,



**Rys. 4** schemat automatyzacji – zad 2

przeprowadzić analizę stabilności metodą:

- a) z definicji, poprzez wyznaczenie pierwiastków równania charakterystycznego obiektu automatyzacji;



- b) korzystając z kryterium Hurwitza;
- c) korzystając z kryterium Nyquista oraz określić zapas fazy i amplitudy.

Dane parametry obiektu automatyzacji:

$$K = k/2; T = m/10;$$

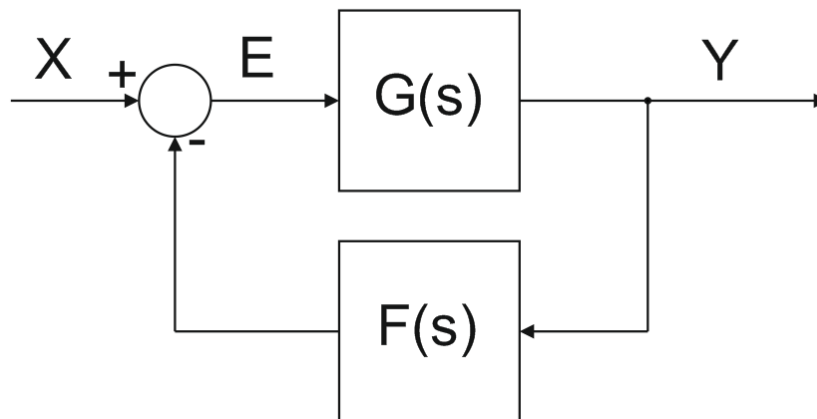
- d) znaleźć takie K, dla którego układ automatyzacji będzie na granicy stabilności.

1. Odpowiedzieć na pytania:

- a) czy układ jest stabilny?
- b) Jak zachowuje się układ?
- c) Jakie parametry powinny się zmienić, aby uzyskać obiekt niestabilny?

### III. Wpływ sprzężenia zwrotnego na stabilność obiektów

**Sprzężenie zwrotne** - oddziaływanie sygnałów wyjściowych układu, na jego sygnały wejściowe. Polega na otrzymywaniu przez układ (urządzenie sterujące w układzie) informacji o różnicy pomiędzy sygnałem zadanym, a sygnałem zrealizowanym przez obiekt na podstawie, także sygnału z obiektu sterującego. Sprzężenia zwrotne można podzielić, na dodatnie i ujemne. Przykład układu automatyki z sprzężeniem zwrotnym został przedstawiony na rys. 5.



Rys. 5 Obiekt automatyki ze sprzężeniem zwrotnym

**Sprzężenie zwrotne ujemne** stanowi podstawowy mechanizm samoregulacyjny. Ma ono za zadanie utrzymanie wartości parametru wejściowego na zadanym poziomie przez kontrolowany obiekt. Zachodzi ono np. wtedy, gdy jakiegokolwiek zakłócenia powodujące odchylenie wartości parametru od zadanej wartości prowadzące do zmiany wartości parametru wyjściowego w stronę przeciwną, a więc do kompensacji efektu tego odchylenia. W przypadku sprzężenia zwrotnego ujemnego wartość parametru przeważnie oscyluje wokół wartości zadanej. Samo sprzężenie zwrotne, jednak nie wystarcza do stabilnej pracy układu, również nie gwarantuje poprawności jego działania.

**Sprzężenie zwrotne dodatnie** polega na tym, że w sytuacji zakłócenia jakiegoś parametru w układzie, układ ten dąży do zmiany wartości parametru w kierunku zgodnym z kierunkiem działania np. zakłócenia, w

którym nastąpiło odchylenie od wartości zadanej. Sprzężenie zwrotne dodatnie powoduje zatem narastanie odchylenia, tym samym obiekt z punktu widzenia automatyki będzie śmiało można uznać za niestabilny.

Aby wyznaczyć transmitancję obiektu automatyki ze sprzężeniem zwrotnym, należy w początkowej fazie dokonać analizy występujących sygnałów w systemie pokazanym na rys. 5. Występują tam trzy główne sygnały. Sygnał zadany  $X$ , sygnał odpowiedzi  $Y$  oraz sygnał błędu  $E$ . Dwa z trzech sygnałów znamy, ponieważ  $X$  - zadajemy, a  $Y$  - mierzymy. Sygnał błędu (zw. także uchybem) jest możliwy do wyznaczenia na podstawie znajomości sygnałów zadanego i odpowiedzi. Uchyb  $E$ , przyjmuje postać równania (18):

$$E(s) = X(s) - F(s)Y(s) \quad (18)$$

gdzie  $F(s)$ , jest transmitancją czujnika w sprzężeniu zwrotnym obiektu automatyki. Dla znanego  $E(s)$  możliwe jest wyznaczanie odpowiedzi takiego obiektu (19):

$$Y(s) = E(s)G(s) \quad (19)$$

gdzie  $G(s)$ , jest transmitancją obiektu, który ma być wysterowany. Do równania (16), możliwe jest podstawienie równania (18), otrzymujemy wówczas (20):

$$Y(s) = [X(s) - F(s)Y(s)] G(s). \quad (20)$$

Przekształcając równanie (20), do postaci (21):

$$Y(s) = X(s)G(s) - F(s)Y(s)G(s). \quad (21)$$

Przy wiedzy, że szukana jest transmitancja układu automatyzacji ze sprzężeniem zwrotnym. Opisana stosunkiem sygnałów wyjściowego do wejściowego  $Y(s)/X(s)$ , możliwe jest wyznaczenie takiej zależności z równania (21), równaniem (22):

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1 + F(s)G(s)}. \quad (22)$$

## Charakterystyki częstotliwościowe zamkniętego układu regulacji

Do analizy częstotliwościowej wykorzystywane są trzy rodzaje charakterystyk:

1. Amplitudowo - częstotliwościowa
2. Fazowo - częstotliwościowa
3. Amplitudowo - fazowo - częstotliwościowa

Pierwszy rodzaj charakterystyki, czyli amplitudowa - częstotliwościowa, służy do analizy z jaką amplitudą będzie drgał model przy pewnej częstotliwości wymuszenia oddziałującej na ten model.

Do wykreślenia charakterystyki amplitudowo - częstotliwościowej wymagana jest znajomość równania (9) opisującego transmitancję obiektu w dziedzinie częstotliwości. Operator Laplace'a  $s$ , do analizy częstotliwościowej przyjmuje następującą postać, poprzez przekształcenie Fouriera (23):

$$s = j\omega, \quad (23)$$

gdzie  $\omega$  jest częstością drgań kołowych, natomiast  $j$ , liczbą zespoloną. Podstawiając do równania (22), równanie (23) otrzymamy (24):

$$G_z(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}. \quad (24)$$

W przypadku wyznaczania analitycznych charakterystyk częstotliwościowych konieczne było by przekształcenie transmitancji do takiej postaci, w której w mianowniku nie występowała by jednostka urojona. W środowisku Matlab nie jest to konieczne, ponieważ za pomocą funkcji  $imag(W(j\omega))$  oraz  $real(W(j\omega))$  możliwe jest oddzielenie części urojonych od rzeczywistych na konkretnych wartościach.

Charakterystyka amplitudowo - częstotliwościowa występuje w funkcji częstotliwości  $f$  dlatego też należy na podstawie częstotliwości wyliczyć odpowiednie wartości częstości kołowej  $\omega$  z równania (25):

$$\omega = 2\pi f, \quad (25)$$

gdzie  $f$  jest wektorem wartości częstotliwości. Przebieg charakterystyki amplitudowo - częstotliwościowej zatem będzie modułem wartości urojonych oraz rzeczywistych części transmitancji obiektu oznaczonej jako  $AF$  (26):

$$AF = |G_z(j\omega)|. \quad (26)$$

Drugą charakterystyką jest przebieg fazowo - częstotliwościowy. Przygotowanie modelu jest identyczne z tą różnicą, że tym razem wyznaczamy przesunięcie w fazie  $PF$  w funkcji częstotliwości, gdzie jest to stosunek części urojonej do rzeczywistej części transmitancji obiektu oznaczonej jako  $PF$  (27):

$$PF = angle(G_z(j\omega)). \quad (27)$$

Trzecią charakterystyką jest przebieg amplitudowo - fazowo - częstotliwościowy. Przygotowanie modelu jest również identyczne z tą różnicą, że tym razem wyznaczamy części urojone oraz rzeczywistych osobno. Na wykresie osi odciętych (X) występują wartości rzeczywiste, natomiast na osi rzędnych (Y) występują wartości urojone. Wykres ten zwany jest także płaszczyzną Nyquista.

## Zadanie do wykonania w ramach sprawozdania:

Na podstawie charakterystyk, określić wpływ toru pomiarowego na pracę systemu.

1. Sprawdzić zachowanie się układu z zadania 1 i 2 dla  $K = [0,5k, 2k, 4k, 10k]$
2. Odpowiedzieć na pytanie:
  - a) W którym przypadku wartości parametru  $K$  układ będzie układem na granicy stabilności.
  - b) Jaki wpływ na pracę systemu ma wzmocnienie  $K$ ?
  - c) Czy, któryś z obiektów z zadania 1 i 2, można bez analizy odpowiedzi układu uznać za niestabilny?

## IV. Sprawozdanie

Sprawozdanie ma mieć formę podobną do skryptu. Wymagane jest aby zawierało:

1. Stronę tytułową (grupa dziekańska, podgrupa laboratoryjna, imię i nazwisko, datę oddania, temat laboratorium, nazwę laboratorium).
2. Odpowiednie rozdziały zgodnie ze skryptem:
  - a) **Cel ćwiczenia**
  - b) **Stabilność liniowych układów ciągłych** (wnioski w postaci odpowiedzi na pytania mają znajdować się dokładnie pod dotyczącą ich charakterystyką)
  - c) **Wpływ sprzężenia zwrotnego na stabilność obiektów** (wnioski w postaci odpowiedzi na pytania mają znajdować się dokładnie pod dotyczącą ich charakterystyką)
  - d) **Wnioski** - ogólne wnioski dotyczące ćwiczenia
3. Na laboratorium przewidziane jest 6 godzin.
4. Sprawozdanie należy złożyć przed rozpoczęciem kolejnego ćwiczenia w formie papierowej, w przeciwnym wypadku ocena ze sprawozdania będzie obniżana co dwa tygodnie o wartość 1. Sytuacja dotyczy także sprawozdań odrzuconych z powodu negatywnej oceny.
5. Każdy ze studentów posiada swój własny zestaw danych (Parametrów  $m, h, k$ ) udostępniony w rozdziale VI skryptu. Numer zestawu odpowiada liście obecności ze strony [www.sm19740.zut.edu.pl](http://www.sm19740.zut.edu.pl)
6. Oceny:
  - a) 2 - brak oddania sprawozdania w terminie (pkt. 4) lub sytuacja, w której zwłoka w oddaniu sprawozdania obniżyła ocenę do poziomu  $<3$ . Student dopuścił się oszustwa lub skorzystał z danych innych niż zostały mu przydzielone.
  - b) 2,5 - 3,5 - Student wykonał wszystkie polecenia, jednak nie odpowiedział na żadne z pytań postawionych w skrypcie. Student nie przedstawił także sensownych wniosków. O ocenie waży jakość i poprawność wykonanych zadań ze skryptu. (2,5 nie zalicza sprawozdania). Sprawozdanie zostało oddane w terminie pkt. 4.
  - c) 4 - 4,5 - Student wykonał wszystkie polecenia, odpowiedział na każde z pytań postawionych w skrypcie. Ilość odpowiedzi, które będą poprawne waży o ocenie. Sprawozdanie zostało oddane w terminie pkt. 4.

- d) 5 - Student wykonał wszystkie polecenia, odpowiedział na każde z pytań postawionych w skrypcie. Szczątkowa ilość odpowiedzi była niepoprawna. Student prawidłowo sformułował wnioski z ćwiczenia laboratoryjnego. Sprawozdanie zostało oddane w terminie pkt. 4.

## V. Literatura

- [1] A. Dębowski, automatyka podstawy teorii, Warszawa: WNT, 2012.
- [2] Z. Trzaska, Modelowanie i symulacja układów elektrycznych, Warszawa: Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, 1993.
- [3] C. Anna, Modele dynamiki układów fizycznych dla inżynierów, Warszawa: WNT, 2008.
- [4] W. D. Henryk Urzędniczok, Laboratorium podstaw automatyki oraz wybór przykładów do ćwiczeń audytoryjnych, Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2012.

## VI. Indywidualne zestawy danych

W tab. 1. zostały przedstawione indywidualne dane dla każdego ze studentów.

*Tab. 1 Zawiera unikalne parametry modelu dla studentów*

	Parametr	Grupa dziekańska 1			Parametr	Grupa dziekańska 2	
Lp.	m	h	k	Lp.	m	h	k
1	1,67	5,8	61	1	0,81	5,5	170
2	0,38	9,8	137	2	0,74	14,2	73
3	0,39	9,6	200	3	0,63	5,9	166
4	0,29	13,6	150	4	0,18	9,4	177
5	0,93	8,1	61	5	0,55	11,1	76
6	0,08	6,6	87	6	0,69	11,3	195
7	0,64	6,9	116	7	1,26	13,8	130
8	1,01	6,3	145	8	0,88	19,9	96
9	0,54	8,9	199	9	0,12	17,6	135
10	1,2	8,2	88	10	1,48	17,6	186
11	1,08	17,4	62	11	0,13	15,9	174
12	0,88	6,6	77	12	1,19	12,3	138
13	0,44	8	72	13	0,05	15,1	72
14	0,3	8,9	90	14	0,33	10,4	194
15	1,14	18,7	129	15	0,41	12,7	96
16	0,31	18,6	108	16	0,02	11,7	125
17	0,69	17	66	17	0,37	15,7	171
18	0,54	11,9	197	18	0,28	12,2	153
19	0,46	15,3	51	19	0,58	11,7	121
20	1,22	15,3	96	20	0,17	9,4	58
21	0,24	10,2	123	21	0,11	5	170
22	0,43	15,7	93	22	0,59	6,6	99
23	0,22	16,6	56	23	0,1	9,1	59
24	0,41	17,9	174	24	0,59	11,2	83
25	1,02	16,9	72	25	0,26	11	55
26	0,74	8	130	26	0,22	7,1	160
27	1,18	19,7	143	27	1,17	5,2	108
28	0,75	11,7	75	28	0,71	16	154
29	0,99	11,4	82	29	1,03	9,2	72
30	0,76	15,6	73	30	0,15	5,8	71
31	0,44	11,5	74	31	0,14	16,3	78
32	0,95	11,6	177	32	1,19	17,6	199
33	0,86	5,6	168	33	0,1	9	84
34	0,04	13,1	199	34	0,81	14,6	117
35	0,39	7,4	74	35	0,59	12,3	66
36	0,04	20	174	36	0,36	5,5	100
37	0,27	10,7	71	37	0,46	15,7	67
38	0,38	12,4	147	38	0,55	8,4	100
39	1,33	8,1	130	39	1,3	18,2	173
40	0,1	14,7	65	40	1,29	14,8	200